УНИВЕРСИТЕТ ЧЕЛОВЕКА

ДОМИНИРОВАНИЕ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО ФАКТОРА В ФЕНОМЕНЕ “НЕПОСТИЖИМОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ” МАТЕМАТИКИ

С.Д. Хайтун

Хайтун Сергей Давыдович — кандидат физико-математических наук,ведущий научный сотрудник Институт истории естествознания и техники РАН. В журнале “Человек” опубликовал статью “Да здравствует Космос — светлое будущее всего человечества!” (1996. № 2. С. 17–27). E-mail: haitunsd@mail.ru

Великие физики XX века не меньше нас, грешных, поражались успехам своей науки. Более всего их удивляла и восхищала та “чудесная” точность, с какой построенные ими (или взятые напрокат у математиков) математические конструкты позволяют описывать физические явления, включая и те, о которых их авторы даже не думали.

Соображения Юджина Вигнера

Наиболее концентрированно и четко, пожалуй, это выразил лауреат Нобелевской премии по физике 1963 года Ю. Вигнер в статье 1960 года “Непостижимая эффективность математики в естественных науках”: “...между математическими понятиями подчас возникают совершенно неожиданные связи... именно эти связи позволяют нам удивительно точно и адекватно описывать различные явления природы... мы не понимаем причин, делающих математические понятия столь эффективными” [1, с. 183].

“Невольно создается впечатление, что чудо, с которым мы сталкиваемся здесь, не менее удивительно, чем чудо, состоящее в способности человеческого разума нанизывать один за другим тысячи аргументов, не впадая при этом в противоречие, или два других чуда — существование законов природы и человеческого разума, способного раскрыть их” [там же, с. 189–190].

“...элементарная квантовая механика... берет свое начало с того момента, когда Макс Борн заметил, что некоторые правила вычислений, разработанные [В.] Гейзенбергом, формально совпадают с давно известными математикам правилами действий над матрицами. ... Чудо произошло... когда матричную механику или математически эквивалентную ей теорию применили к задачам, для которых правила Гейзенберга не имели смысла. ... В этом случае мы поистине извлекли из уравнений нечто такое, что в них не закладывали” [там же, с. 191–192]. “...выяснилось, что “законы природы” обладают почти фантастической точностью, но строго ограниченной сферой применимости. Я предлагаю назвать закономерность, подмеченную на этих примерах, эмпирическим законом эпистемологии” [там же, с. 193].

В некотором диссонансе с последним высказыванием Вигнера находится другое его высказывание в той же статье, причем всего страницей далее (!): “Каждый эмпирический закон обладает тем неприятным свойством, что пределы его применимости неизвестны” [там же, с. 194]. Поневоле задаешься вопросом: как же можно быть столь уверенным в “почти фантастической точности” фиксируемых математическими конструктами законов природы, если границы областей применимости этих законов неизвестны?

Соображения других физиков и математиков

О том, насколько среди физиков-теоретиков первого ряда распространен тезис о “непостижимой эффективности” математики, пишет, отталкиваясь от той же статьи Вигнера, известный отечественный историк физики Вл.П. Визгин: «...достижения теоретической физики позволили говорить о “предустановленной гармонии” между математикой и физикой» (Г. Минковский, Ф. Клейн, Д. Гильберт, А. Эйнштейн и др.) или о “непостижимой эффективности математики в естественных науках”... [1, с. 4]. В какой-то степени это выглядело “как возрождение пифагорейско-платоновской концепции математизации научного знания или его более современного варианта в духе [И.] Кеплера, [И.] Ньютона и [Г.В.] Лейбница” [2, с. 329].

Пишет Владимир Павлович и о некоторых “перспективных подходах” к объяснению (истолкованию) этой “предустановленной гармонии”.

«Первый — историко-научный — опирается на эстафетную модель развития физики (естествознания) и математики Д. Гильберта, согласно которой эта эффективность основана “на... повторяющейся и сменяющейся игре между мышлением и опытом” [5, с. 17]; на том, что математические концепции в своих истоках восходят к внешнему миру, физической реальности, развиваясь затем относительно автономно до мощных абстрактных теорий, которые в свою очередь оказываются удивительно подходящими для описания новых пластов естествознания» [3; см. также 4]. «...Иногда даже полагают, что целесообразно ввести понятие “математической красоты” физических теорий и что именно с ним связана эта гармония... Известны также попытки связать “предустановленную гармонию” между физикой и математикой с устройством нашего мозга, с физико-математической природой нашего мышления (сознания)» [2, с. 330–331].

Физики-теоретики и математики об объективном существовании математических объектов

Некоторые математики и физики-теоретики, в том числе и самые знаменитые, для объяснения “непостижимой эффективности” математики в естественных науках или “предустановленной гармонии” между математикой и физикой склонны привлекать восходящие к платоновскому миру идей представления об объективном (независимом от субъекта познания) существовании математических объектов. Правда, не всех, а “только” тех, что построены логически строго: “Каковы же отличительные признаки... стихийной философии математики? Согласно ей математика есть подлинное познание. Она открывает истины, так что ее теоремы представляют собой истинные утверждения, адекватно описывающие особые сущности: математические объекты и их отношения, которые существуют сами по себе, вроде платоновских идей. Когда человек наблюдает за реальными физическими предметами, они воздействуют на его органы чувств, и у него формируются представления об этих предметах. Точно так же, признав особую математическую реальность — универсум математических объектов, — приходится признать у математиков наличие особой познавательной способности, благодаря которой они постигают эту реальность. И стихийная философия математики признает, что ученые-математики с помощью какой-то внечувственной познавательной способности типа интуиции (или, быть может, логики) могут созерцать свойства математических объектов. Так, известный математик Дж. Харди сравнивал математика с наблюдателем, который рассматривает горный хребет и описывает то, что видит. Если он не может разглядеть чего-то из-за расстояния или тумана, то прибегает к помощи приборов. Для математика роль приборов в подобных случаях играют доказательства. В случае, когда математический факт можно усмотреть непосредственно, никакого доказательства не требуется” [13, с. 111].

У меня давно уже нет претензий к математикам, по своему профессиональному легкомыслию особо не интересующимся вопросами соотнесения своих конструкций с реальностью. Странно, однако, что в объективное существование математических объектов (только логически выверенных?! — это, конечно, меняет дело!) верят и некоторые (многие?) физики-теоретики.

«Горячим сторонником независимой реальности “платоновского мира математических форм” является, как известно, знаменитый математик, физик и популяризатор науки Роджер Пенроуз. Он последовательно проводил эту идею в своих книгах... о законах мышления и законах природы. Излюбленным объектом Роджера Пенроуза является невероятно сложное множество (фрактал), открытое Бенуа Мандельбротом: “Множество Мандельброта совершенно определенно не является изобретением человеческого разума. Оно просто объективно существует в самой математике. Если вообще имеет смысл говорить о существовании множества Мандельброта, то существует оно отнюдь не в наших с вами разумах, ибо ни один человек не в состоянии в полной мере постичь бесконечное разнообразие и безграничную сложность этого математического объекта. Равным образом не может оно существовать и в многочисленных компьютерных распечатках, которые пока только начинают охватывать некую малую толику его невообразимо сложно детализированной структуры. И все же множество Мандельброта существует и существует вполне устойчиво: кто бы ни ставил перед компьютером задачу построения множества, каким бы ни был этот самый компьютер, структура в результате получается всегда одинаковая — и чем “глубже” мы считаем, тем более точной и детальной будет картинка. Следовательно, существовать множество Мандельброта может только в платоновском мире математических форм, больше нигде» [11, с. 37].

“Итак, наш вывод состоит в том, что объективная реальность представлена не только объективной реальностью материального мира, но и объективной реальностью совершенно иного рода — объективным миром математических форм” [там же, с. 215].

Я отрицаю “непостижимую эффективность” математики в естественных науках, или “предустановленную гармонию” между математикой и физикой, считая ее мифом. В защиту своей точки зрения мы приведем одно предварительное соображение и пять аргументов.

Предварительное соображение: ирреальность фракталов

Предварительное соображение отталкивается от приведенного в предыдущем разделе утверждения Пенроуза о фрактальном множестве Мандельброта. Это утверждение, на мой взгляд, вполне несостоятельно применительно к имеющему наибольший научный смысл описанию (моделированию) материальных структур нашего трехмерного пространства. Во-первых, существует великое множество разных фракталов, и форма конкретного фрактала определяется тем, какое конкретное синергетическое уравнение (уравнение динамики) мы берем за исходное. Никакой теории, генерирующей синергетические уравнения, отвечающие наблюдаемым структурам, на сегодняшний день не существует: субъект исследования придумывает (берет с потолка) то или иное уравнение, пытаясь — с переменным успехом — описать посредством генерируемого этим уравнением фрактала ту или иную наблюдаемую структуру.

Во-вторых, как это показано нами в других работах [14, с. 60–64, 197–198; 15, с. 190–207, 208–209], все материальные объекты конечных размеров, которые сегодня считаются фракталами, не фрактальны (так как “настоящие” фракталы, то есть фракталы в строгом смысле слова, имеют нулевую плотность), но только фракталоподобны, не допуская, вопреки Пенроузу, бесконечного погружения в свою глубину и имея фрактальную структуру лишь в конечном диапазоне масштабов рассмотрения.

Далее изложим пять аргументов против тезиса о “непостижимой эффективности” математики.

Первый аргумент

Слухи о “непостижимой эффективности” математики чрезвычайно преувеличены уже просто по факту, ибо в дело идет только малая толика наработок математиков: “Если отождествление [математических форм и теоретических структур с формами и структурами объективного мира] не ведет к успеху, соответствующая математическая гипотеза отбрасывается” [2, с. 332].

“Разумеется, для формулировки законов природы физики отбирают лишь некоторые математические понятия, используя, таким образом, лишь небольшую долю всех имеющихся в математике понятий” [1, с. 189].

Известный советский математик Борис Владимирович Гнеденко (1912–1995) как-то сказал мне в частной беседе, что, по его наблюдениям, практическое применение находят не более 3% математических наработок. Согласимся, что при таком низком КПД разговоры о “непостижимой эффективности” математики звучат странно. И что: стоило мне придумать некий математический конструкт, как он уже стал объективно реальным? Я обладаю такой поистине божественной силой? А если я придумал глупость?

Еще более странно звучит утверждение, что объективно существуют только логические выверенные математические конструкции, а логически дефектные — не существуют: понятно, что и среди не пошедших в дело математических разработок много внутренне логически выверенных.

Дополнительную пикантность ситуации с “математическими объектами” сообщает еще и то обстоятельство, что порой трудно сказать определенно, нашла или не нашла себе применение данная математическая конструкция: бывает, что она применяется, но применяется с большим трудом. Но можно ли считать объективно существующими математические конструкты, применяющиеся с большим трудом? И если они существуют независимо от субъекта познания, то где? Трудно представить, чтобы для математических конструктов существовало свое чистилище.

Второй аргумент

Представления о “непостижимой эффективности” математики в естественных науках покоятся, по сути, на картезианской вере в “идеальную логику” математики. Однако в XX веке сами математики показали, что эта вера не имеет под собой достаточных оснований. «Известны с горечью прозвучавшие в 1925 году слова крупнейшего математика Д. Гильберта: “Подумайте: в математике — этом образце достоверности и истинности — образование понятий и ход умозаключений, как их всякий изучает, преподает и применяет, приводит к нелепостям. Где же искать надежность и истинность, если даже само математическое мышление дает осечку?” [5, с. 349]. А австрийский математик и логик К. Гёдель в начале [19]30-х годов показал несостоятельность идеи полного и окончательного обоснования математики» [9, с. 202].

Математическое знание, как и любое другое научное (и ненаучное) знание, неустранимо погрешимо (принцип фаллибилизма), и неустранимо погрешимо оно из-за неоднозначности используемых ею понятий, за которыми всегда стоят определенные, явные и/или неявные обыденные, философские и иные представления: Подводя итог этому пересмотру понятия доказательства в математике, американский математик Р.Л. Уайлдер пишет, что математическое доказательство есть не что иное, как “проверка продуктов нашей интуиции... Совершенно ясно, что мы не обладали и, по-видимому, никогда не будем обладать критерием доказательства, не зависящим ни от времени, ни от того, что требуется доказать, ни от тех, кто использует критерий, будь то отдельное лицо или школа мышления. В этих условиях самое разумное, пожалуй, признать, что, как правило, в математике не существует абсолютно истинного доказательства, хотя широкая публика убеждена в обратном” [18, p. 320].

Математик не полагается на строгое доказательство в такой степени, как обычно считают. “Интуиция может оказаться более удовлетворительной и вселять бóльшую уверенность, чем логика, — пишет математик М. Клайн. — Когда математик спрашивает себя, почему верен тот или иной результат, он ищет ответа в интуитивном понимании. ...Прогрессу математики, несомненно, способствовали, главным образом, люди, наделенные не столько способностью проводить строгие доказательства, сколько необычайно сильной интуицией” [7, с. 362–363].

Таким образом, “... математическое доказательство не обладает абсолютной убедительностью и гарантирует только относительную уверенность в правильности доказанного положения” [6, с. 248].

Третий аргумент

Тезис о “непостижимой эффективности” математики в физике тем более несостоятелен, что в силу того же принципа фаллибилизма любая физическая теория, как бы надежно она ни казалась нам сегодня установленной, завтра может оказаться ошибочной, а вместе с ней может оказаться подвешенным и ее математический аппарат.

Вигнер, к примеру, в упоминавшейся статье иллюстрирует “чудесную” эффективность математики на материале квантовой механики. Речь при этом идет о той самой квантовой механике, которая является квантовой версией классической механики Ньютона—Гамильтона и уравнения которой *симметричны* по времени. По этой причине, как я утверждаю, она неприменима в области необратимых процессов (описание которых требует несимметричных по времени уравнений), тогда как обратимые в строгом смысле слова явления встречаются в наблюдаемом мире чрезвычайно редко [14]. Вигнерово “чудо” рассыпается прямо на глазах.

Четвертый аргумент

Восхищение “чудесной точностью”, с какой математические конструкты описывают реальные явления, не имеет под собой почвы еще и потому, что “объективно действующие” математические законы генерируются самим субъектом познания, отражая его природу. В самом деле, в подавляющем большинстве случаев физики строят свои теории для аддитивных переменных, то есть для переменных, на множестве значений которых действует операция сложения, так как именно на сложении базируется вся количественная математика, включая дифференцирование, интегрирование и т.д. Между тем, как полагает автор этих строк [16, с. 46—89], аддитивность имеет интуитивную природу, то есть генерируется субъектом измерения. Это свойство не физических величин самих по себе, но субъекта измерения, то есть человека, которому удобнее в его познавательной и практической деятельности работать с аддитивными переменными, нежели с неаддитивными.

В теории измерения фигурируют переменные двух типов — латентные переменные (мной было предложено для краткости именовать их просто латентами) и индикаторы. Латента — это *представление* субъекта измерения об измеряемом свойстве (массе или температуре тела, продуктивности ученого и т.д.). В силу такой своей природы латентные переменные непосредственно не наблюдаемы (скрыты от измерения — отсюда и их название). Индикаторы — это непосредственно наблюдаемые переменные (положение стрелки весов, высота ртутного столбика термометра, число ссылок на ученого и т.д.).

В процессе измерения субъект рассматривает множество объектов измерения в отношении выделенного их свойства (латенты). Номинальное измерение отвечает ситуации, когда индивид просто классифицирует это множество объектов в отношении данного свойства по номинальным классам (классы не имеют протяженности и не упорядочены друг относительно друга). В пределах каждого такого класса индивид рассматривает объекты как тождественные (в отношении данного свойства).

Субъективно аддитивной латенту делает масштаб. Фиксируя в своем сознании латенту, индивид фиксирует и масштаб, в котором откладываются ее значения. И этот масштаб выбирается им первично аддитивным. Можно даже утверждать, что аддитивным по определению является такой масштаб значений латенты, который интуитивно выбирается субъектом измерения.

Когда исследователь мыслит латенту количественной, он "автоматически" сообщает ее значениям аддитивный смысл, то есть складывает, вычитает, умножает и т.д. на интуитивном уровне ее значения. Субъективно количественная латентная переменная всегда будет и субъективно аддитивной. Отсюда вытекает ответ на сакраментальный вопрос, почему 2 + 2 = 4. Это является свойством не объектов познания как они есть сами по себе, но субъекта познания.

Заметим, что в описываемом здесь процессе измерения первостепенную роль играет счет классов, на которые разбивается множество объектов измерения. Складывая значения переменной, индивид, по сути, складывает числа классов. То обстоятельство, что, как говорилось, аддитивным является, по определению, интуитивно выбираемый субъектом масштаб значений латенты, как раз и означает, прежде всего, что счет совершается на интуитивном уровне и для индивида первично аддитивен. Мы классифицируем так, чтобы счет был — для нас — аддитивным.

Поскольку, как говорилось, на аддитивности, то есть на операции сложения, базируется вся количественная математика, то на аддитивности основываются все физические законы, имеющие математическую количественную форму. Поэтому интуитивная природа аддитивности означает, что математика описывает не наблюдаемый мир как он есть сам по себе, но наблюдаемый мир в восприятии субъекта познания, что далеко не одно и то же.

Собственно, вывод, что математика описывает не наблюдаемый мир как он есть сам по себе, но "только" наблюдаемый мир в восприятии субъекта познания, отнюдь не нов. Хотя в науке по-прежнему доминирует установка на устранение субъекта из процесса и результата познания, пробивают себе дорогу и направленные против нее представления о неустранимости субъекта из познания: "...мы... не столько описываем мир, сколько создаем такие теоретические конструкции, которые функционировали бы нужным нам образом" [12, с. 255].

"Вполне возможно, что некоторые психологические особенности познающего субъекта играют неустранимую роль в развитии научного знания и в связи с этим должны учитываться современной эпистемологией" [8, с. 156].

«Настаивая на том, что наши знания фиксируют нечто, существующее в самой Природе независимо от человека, мы невольно "вкладываем" в Природу некоторое чисто человеческое содержание, порожденное нашей практической и мыслительной деятельностью» [12, с. 264].

В философии науки представления о неустранимости субъекта из познания сегодня широко распространены. Они, например, лежат в основании эпистемологического конструктивизма и когнитивной социологии науки. Аргументация от интуитивной природы аддитивности, надеюсь, облегчит распространение этих представлений из философии науки на саму науку.

Пятый аргумент

Участие субъекта познания в математическом описании наблюдаемого мира столь велико, что впору говорить о "непостижимости" того факта, что ученым в этих сверхсложных условиях удается разглядеть в наблюдаемом мире хоть что-то объективное, достаточное для создания паровозов, которые ездят, и самолетов, которые летают. В этом, однако, также нет ничего "чудесного".

Хотя роль субъекта познания велика, она не стопроцентна, систему переменных/латент и взаимосвязей между ними субъект познания не просто придумывает как ему угодно, "вынимая из головы": их ему в определенной степени "нашептывает" наблюдаемый мир, в котором мы живем и который на нас непрерывно воздействует, замечаем мы такое нашептывание или нет. В этом, опять же, нет ничего удивительного, как нет ничего удивительного в том, что вообще новации — органические, социальные, научные — порой попадают в точку: такова автогенетическая природа универсальной эволюции [17, с. 81–86], среда "нашептывает" субъекту познания, "куда" изобретать; математические новации находятся в этом же ряду.

"Нашептывания" среды обитания мы часто не слышим, ибо оно осуществляется через неявное знание, включающее в себя обыденные, религиозные, метафизические, философские и иные представления.

Пример такого незаметного "нашептывания" — формулировка постулата Евклида на земной сфере, которая из-за своего большого радиуса на каждом ее участке представляется субъекту познания плоской. Если бы мы, как Маленький принц, жили на планете небольшого радиуса, то наш Евклид интуитивно пришел бы к геометрии Римана. А если бы мы жили на гиперболоиде — представим себе такое на минуту, — то Евклид стал бы автором геометрии Лобачевского. И геометрия Евклида на Земле, и геометрия Римана на малой планете, и геометрия Лобачевского на гиперболоиде покоятся на чувственном интуитивном восприятии субъектом познания конкретного наблюдаемого мира — поверхности Земли, малой планеты или гиперболоида.

Концентрация исследователя на "шепоте" окружающего мира традиционно воспринимается философами как умственное созерцание (созерцание сущностей, интуитивное озарение, инсайт и т.п.), якобы открывающее нам Истину. Этот феномен лишний раз напоминает нам, что философские построения предыдущих поколений практически никогда не бывают абсолютно бессмысленными, за ними, как правило, стоит какая-то реальность, которую нам надо только должным образом расшифровать. В данном случае следует понимать, что реально "нашептывание" среды представляет собой не более, чем "голос" неявного знания, которым исследователь обязан личной истории жизни, а также личным историям жизни его современников и предшественников. Следует помнить также, что никаких гарантий "умственное созерцание" не дает, исследователь может расслышать "шепот" окружающего мира как угодно плохо, что во многих случаях, если не как правило, и бывает.

Таким образом, математические конструкты представляют собой творения человеческого разума, но не вполне свободные, а в какой-то мере "нашептанные" окружающей средой. Однако мы еще должны расслышать "шепот" среды, что нам не всегда в полной мере удается из-за нашей тугоухости. Так что "нашептывание" может быть удачным и неудачным, появившиеся таким образом математические конструкты могут соответствовать реальности, могут не соответствовать ей и могут соответствовать ей плохо. Если математический конструкт хорошо соответствует среде ("адаптирован" к ней), то мы получаем успешную математическую теорию тех или иных явлений. Если не соответствует — математический конструкт отправляется в архив ждать своего часа или на свалку.

* * *

Согласно современным космологическим представлениям, в самом начале Большого взрыва Вселенной (на мой взгляд, корректнее говорить о Большом взрыве наблюдаемого мира, или нашей Метагалактики, а не всей Вселенной [17, гл. 6], однако для настоящей статьи это несущественно) существовали только физические поля взаимодействий, все остальные возникли уже после Большого взрыва по мере развертывания универсальной эволюции в результате усложнения структуры полей физических взаимодействий. Так что физические поля взаимодействий — базовые (фундаментальные), нефизические сотканы из них [там же, с. 86–99]. Будучи, таким образом, сложнее физических, нефизические явления — химические, биологические, социальные — поддаются научному анализу и, в частности, математизации много труднее. Этим, на мой взгляд, и объясняется тот факт, что миф о "непостижимой эффективности" математики родился именно в физике.

Литература

1. *Вигнер Е.* Этюды о симметрии. М.: Мир, 1971.

2. *Визгин Вл.*П. Математизация физики // Философия науки. М.: Эксмо, 2007.

3. *Визгин Вл.П.* "Эрлангенская программа" и физика. М.: Наука, 1975.

4. *Визгин Вл.П.* "Эрлангенская программа" Ф. Клейна и физика // Ученые записки Академии образования. 1998. Вып. 2. С. 46–63.

5. *Гильберт Д.* Математические проблемы // Проблемы Гильберта. М.: Наука, 1969.

6. *Ивин А.А.* Современная философия науки. М.: Высшая школа, 2005.

7. *Клайн М.* Математика. М.: Мир 1984.

8. *Мамчур Е.А.* Объективность науки и релятивизм. М.: ИФ РАН, 2004.

9. *Микешина Л.А.* Философия науки. М.: Международный ун-т в Москве, 2006.

10. *Панов А.Д.* Природа математики, космология и структура реальности: объективность мира математических форм // Космология, физика, культура. М.: ИФ РАН, 2011.

11. *Пенроуз Р.* Путь к реальности, или Законы, управляющие Вселенной. Ижевск, 2007.

12. *Розов М.А.* Неклассическая наука и проблема объективности знания // Философия науки и научно-технической цивилизации. М.: Полиграф-Информ, 2005. С. 255.

13. *Сокулер З.А.* Философия науки в концепции Л. Витгенштейна // Философия науки. М.: Академический проект, Альма Матер, 2007.

14. *Хайтун С.Д.* Механика и необратимость. М.: Янус, 1996.

15. Хайтун С.Д. От эргодической гипотезы к фрактальной картине мира: Рождение и осмысление новой парадигмы. М.: Эдиториал УРСС, 2007.

16. *Хайтун С.Д.* Проблемы количественного анализа науки. М.: Наука, 1989.

17. *Хайтун С.Д.* Феномен человека на фоне универсальной эволюции. М.: Эдиториал УРСС, 2005.

18. *Wilder R.L.* The nature of mathematical proof // American Mathematical Monthly. 1944. Vol. 51. P. 320.